

ANALISIS PELEVELAN PENALARAN REVERSIBEL SISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH PECAHAN

Asvianto Tangke Manimpa, Muhammad Ikram*, Jumarniati'

Universitas Cokroaminoto Palopo, Jl. Latamcelling No.19 Palopo, Sulawesi Selatan, Indonesia.

[*muhammad.ikram@uncp.ac.id](mailto:muhammad.ikram@uncp.ac.id)

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan level penalaran reversibel siswa dalam menyelesaikan masalah pecahan di SMP Negeri 1 Palopo. Jenis penelitian ini adalah metode penelitian kualitatif deskriptif dengan pemberian tugas reversibel pada pecahan yang disertai think-aloud dan pedoman wawancara. Tugas Reversibel pada pecahan terdiri dari 7 Level, dimana Level 1 (a dan b adalah bilangan bulat), Level 2 (a adalah pecahan satuan dan b adalah bilangan bulat), Level 3 (a adalah pecahan bukan satuan, b adalah bilangan bulat), Level 4 (Hubungan pembagi dan pembilang / a dan b adalah pecahan satuan, Level 5 (a disajikan sebagai bilangan campuran), Level 6 (Pembilang dari a dan b relatif prima, b adalah bilangan bulat), dan Level 7 (Pembilang dari a dan b relatif prima, b adalah besaran pecahan) dari model aljabar $ax = b$. Analisis data menggunakan analisis deskriptif dengan menggunakan triangulasi metode. Hasil penelitian menunjukkan bahwa ditemukan 3 subjek yang dipilih berdasarkan kelengkapan data hasil think-aloud, wawancara, dan hasil kerja sehingga ditetapkan S1 sebagai subjek kategori Level 1, S2 sebagai subjek kategori Level 6, dan S3 sebagai subjek kategori Level 7. Berdasarkan hasil penelitian yang ditemukan, subjek Level 1 menyelesaikan masalah hanya sampai pada Level 1 dimana a dan b adalah bilangan bulat dari model aljabar $ax = b$, subjek level 6 menyelesaikan masalah hanya sampai pada Level 1 dimana pembilang dari a dan b relatif prima, b adalah bilangan bulat a dan b adalah bilangan bulat dari model aljabar $ax = b$, dan subjek Level 7 menyelesaikan semua masalah dari Level 1 sampai dengan level 7.

Kata Kunci: *Reversibel, Pecahan, Reversibel pada Pecahan*

Abstract

This study aims to describe the level of students' reversible reasoning in solving fraction problems at SMP Negeri 1 Palopo. This type of research is a descriptive qualitative research method by giving a reversible task on fractions accompanied by think-aloud and interview guidelines. The Reversible Task on fractions consists of 7 Levels, where Level 1 (a and b are integers), Level 2 (a is a unit fraction and b is an integer), Level 3 (a is a fraction not a unit, b is an integer), Level 4 (The relationship between the divisor and numerator / a and b is a unit fraction, Level 5 (a is represented as a mixed number), Level 6 (The numerators of a and b are relatively prime, b are integers), and Level 7 (the numerators of a and b are relatively prime). b is relatively prime, b is a fractional quantity) from the algebraic model $ax = b$. Data analysis used descriptive analysis using triangulation method. The results showed that 3 subjects were selected based on the completeness of the data from think-aloud, interview, and work results so that they were determined S1 as a Level 1 category subject, S2 as a Level 6 category subject, and S3 as a Level 7 category subject. Based on the results of the research found, Level 1 subjects solve problems only up to Level 1 where aa and b are integers from the algebraic model $ax=b$, level 6 subjects solve the problem only up to Level 1 where the numerators of a and b are relatively prime, b are integers a and b are integers from the algebraic model $ax=b$, and Level 7 subjects solve all problems from Level 1 to level 7.

Keywords: *Reversible, Fractional, Reversible on Fraction*

PENDAHULUAN

Kemampuan untuk membalikkan konsep matematika penting di semua tingkat matematika (misalnya, penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, diferensiasi, dan integrasi dalam kalkulus). Menurut teori Piagetian, reversibilitas terlibat di semua tahap pengembangan. Menemukan keadaan awal ketika diberi hasil bukanlah tugas yang mudah bagi siswa, meskipun mereka mampu menemukan hasil ketika diberi keadaan awal (Tzur, 2004).

Inspirasi dari penelitian ini berasal dari permasalahan yang ditemukan peneliti di lapangan pada saat melaksanakan KKN Tematik UNCP 2021 di SD 06 Sesean. Temuan peneliti yang dimaksud adalah siswa dapat menyelesaikan soal luas bangun ruang kubus jika sisi diketahui dan siswa tidak mampu menyelesaikan soal bangun ruang jika luas dari bangun tersebut diketahui dan yang dicari adalah sisinya. Masalah serupa pun hampir terjadi di semua soal bangun datar. Masalah tersebut berkaitan dengan masalah reversibel. Siswa mampu mengerjakan suatu permasalahan jika permasalahan yang di cari adalah Hasil dan ketika yang dicari Masukan dan Proses maka siswa tidak mampu mengerjakan masalah tersebut. Namun peneliti lebih termotivasi untuk meneliti masalah reversibel pada pecahan. Motivasi peneliti juga didukung berdasarkan dari beberapa penelitian sebelumnya serta konsep Piaget tentang pembalikan pemikiran dan telah dimotivasi oleh permohonan baru-baru ini yang dibuat oleh Lamon (2007) untuk menganalisis proses seperti itu: "Para peneliti hanya tahu sedikit tentang pembalikan atau tentang operasi perkalian dan pembalikan, dan ini bisa menjadi subjek untuk agenda penelitian analisis mikro yang berharga". Dorongan teoritis lain untuk melakukan penelitian ini adalah bahwa, berbeda dengan situasi aditif, reversibilitas belum banyak diperhatikan dalam domain multiplikasi (Carpenter & Moser, 1983). Sejak Piaget memperkenalkan konsep reversibilitas, peneliti bekerja di berbagai bidang telah membangkitkan gagasan ini tetapi itu belum menjadi fokus utama. Tetapi dalam penelitian ini, peneliti hanya fokus terkait dengan penalaran reversibel dalam domain pecahan (secara khusus difokuskan pada tingkat sekolah dasar) dapat diidentifikasi dari literatur, yaitu Hackenberg (2005). Dalam studi sebelumnya (Ramful & Olive, 2008), kami mencoba untuk mengkarakterisasi cara siswa bernalar secara terbalik dalam situasi proporsional. Penelitian saat ini berfokus pada penalaran reversibel dalam domain pecahan.

Berdasarkan hasil temuan peneliti dilapangan, teori-teori dan hasil penelitian para ahli diatas, maka peneliti memperluas penelitiaannya untuk masalah reversibel dalam materi pecahan. Sehingga peneliti terdorong untuk melakukan penelitian mendalam terkait masalah Analisis pelevelan penalaran reversibel siswa dalam menyelesaikan masalah pecahan.

Berdasarkan pertanyaan peneliti, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mengetahui level penalaran reversibel siswa dalam menyelesaikan masalah pecahan.

Tugas yang dirancang dengan baik menciptakan kondisi yang diperlukan untuk memunculkan alasan siswa (Simon & Tzur, 2004). Dalam penelitian ini, peneliti menggunakan instrumen dari hasil penelitian yang dilakukan oleh Ramful dkk. Peneliti merancang kerangka perumusan masalah yang memungkinkan saya untuk secara sistematis memvariasikan fitur numerik dari parameter masalah. Saat merumuskan pertanyaan, alasan ditulis untuk memastikan bahwa pertanyaan itu tepat dan tidak terjadi tumpang tindih di antara pertanyaan pertanyaan itu (Ramful, 2014). Instrumen yang dimaksud disajikan dalam Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Instrumen Penelitian Ramful

Level Instrumen	Keterangan Instrumen
Level 1	a dan b adalah bilangan bulat
Level 2	a adalah pecahan satuan dan b adalah bilangan bulat
Level 3	a adalah pecahan bukan satuan, b adalah bilangan bulat
Level 4	Hubungan pembagi dan pembilang / a dan b adalah pecahan satuan
Level 5	a disajikan sebagai bilangan campuran
Level 6	Pembilang dari a dan b relatif prima, b adalah bilangan bulat
Level 7	Pembilang dari a dan b relatif prima, b adalah besaran pecahan

Sumber: (Ramful,2014)

Masalah yang dipilih untuk penelitian ini melibatkan hubungan perkalian antara kuantitas yang diketahui dan yang tidak diketahui, di mana tujuannya adalah untuk menentukan ukuran satu unit dari kuantitas yang tidak diketahui. Secara aljabar, soal-soal ini berbentuk $ax = b$. Notasi aljabar tersebut menunjukkan membenaran di balik perumusan masalah, tetapi ini sama sekali tidak menunjukkan bahwa siswa diharapkan untuk melihat situasi ini dari perspektif aljabar. Dengan kata lain, notasi aljabar hanya digunakan untuk tujuan komunikasi. Tabel 8 menunjukkan bagaimana tugas diurutkan secara progresif dengan memvariasikan urutan kompleksitas yang diasumsikan. Nilai a dan b bervariasi secara sistematis, mulai dari bilangan bulat dan pecahan unit hingga situasi yang lebih menuntut di level 6 dan 7 dengan pembilang yang relatif prima. Masalah level 5 melibatkan perbandingan perkalian dari bilangan campuran dan kuantitas bilangan bulat, di mana a adalah bilangan campuran dan b adalah kuantitas bilangan bulat dalam $ax = b$. Masalah tingkat 6 melibatkan perbandingan multilikatif dari pecahan dan kuantitas bilangan bulat, di mana pembilang pecahan dan bilangan bulat relatif

prima. Kategori terakhir dari masalah (Level 7) mewakili situasi yang lebih menuntut dalam penelitian ini, di mana kedua besaran yang dibandingkan adalah besaran pecahan dengan pembilang dan penyebut yang relatif prima. Masalah-masalah ini membutuhkan koordinasi dari dua unit unit.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini adalah penelitian kualitatif dengan jenis penelitian deskriptif yang bertujuan untuk menganalisis level penalaran reversibel siswa dalam menyelesaikan masalah pecahan. Teknik pengumpulan data dalam penelitian ini berupa kata-kata atau kalimat sehingga hasil penelitian berupa data kualitatif. Hasil studi pendahuluan dan rekomendasi beberapa penelitian sebelumnya mengungkapkan bahwa hanya subjek tertentu yang melakukan penalaran reversibel. Hal tersebut merupakan kasus yang khusus, sehingga diperlukan pendekatan kualitatif agar menghasilkan deskripsi yang kaya. Peneliti menggunakan pendekatan kualitatif. Dimana peneliti secara langsung mengamati, mengumpulkan data dari berbagai sumber termasuk transkrip wawancara, catatan lapangan, kemudian mereview data tersebut, dan memberikan makna. Selanjutnya, peneliti melakukan analisis data induktif berdasarkan kategori-kategori atau level penalaran reversibel dan peneliti berusaha mengungkapkan gambaran yang menyeluruh (*holistic account*) terhadap masalah yang diteliti.

Subjek dari penelitian ini adalah siswa kelas 8 di SMP Negeri 1 Palopo. Dipilihnya siswa kelas 8 sebagai subjek : (1) mereka sudah memperoleh materi tentang Pecahan di SD; (2) untuk memudahkan komunikasi antara peneliti dengan subjek yang di teliti; dan (3) untuk memaksimalkan tercapainya tujuan dari penelitian ini.

Peneliti sebagai instrumen utama yang berperan sebagai perencana, berhubungan langsung dengan subjek penelitian, melakukan pengumpulan data, melakukan pengolahan data, melakukan analisis data hasil penelitian, hingga penarikan kesimpulan dan melaporkan hasil penelitian. Karena penelitian ini mengungkapkan proses penalaran reversibel dalam menyelesaikan masalah, maka peneliti tidak melakukan intervensi selama siswa menyelesaikan tugas. Jawaban mahasiswa belum dapat mengungkapkan proses penalaran reversibel, sehingga diperlukan data think alouds selama subjek menyelesaikan tugas. Selain itu, wawancara diperlukan untuk mengklarifikasi hal-hal yang tidak tampak ketika subjek menyelesaikan masalah dengan melakukan think alouds dan apabila terdapat ketidaksesuaian antara apa yang diungkapkan dengan apa yang dituliskannya. Oleh karena itu, peneliti membutuhkan instrumen pendukung, yakni lembar tugas dan lembar pedoman wawancara.

Lembar tugas dimaksudkan untuk mendapatkan data tentang penalaran reversibel siswa dalam menyelesaikan masalah pecahan. Lembar tugas merupakan alat utama untuk mengungkapkan level penalaran reversibel siswa pada Pecahan. Adapun instrumen yang digunakan terlihat dalam Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Instrumen Penelitian

Tingkatan/Level Tugas	Masalah	Bentuk Matematika $ax = b$
Level 1 a dan b adalah bilangan bulat	Ada 15 kelereng dalam sebuah kotak. Jumlah kelereng dalam kotak adalah 3 kali dari jumlah kelereng yang dimiliki yisva. Berapa banyak kelereng yang dimiliki Yisva? Bagaimana model aljabar dari permasalahan tersebut?	$3x = 15$
Level 2 a adalah pecahan satuan dan b adalah bilangan bulat	Paul mengambil 3 uang koin dari dalam sebuah kotak. Dia hanya mengambil $\frac{1}{4}$ dari jumlah koin yang ada didalam kotak. Berapa banyak uang koin yang ada dalam kotak? Bagaimana model aljabar dari permasalahan tersebut?	$\frac{1}{4}x = 3$
Level 3 a adalah pecahan bukan satuan, b adalah bilangan bulat	Didalam toples terdapat beberapa permen milk. Kamu mengambil 6 permen milk dari toples tersebut. 6 permen milk itu adalah $\frac{2}{3}$ dari jumlah permen milk yang ada didalam toples. Berapakah jumlah permen milk yang ada didalam toples? Bagaimana model aljabar dari permasalahan tersebut?	$\frac{2}{3}x = 6$
Level 4 Hubungan pembagi dan pembilang / a dan b adalah pecahan satuan	Terdapat sebuah kue bolu. Yisva mendapatkan $\frac{1}{5}$ potong kue. $\frac{1}{5}$ potong kue tersebut dia bagikan ke Yota, sehingga Yota mendapatkan $\frac{1}{15}$ potong dari kue bolu tersebut. berapa potongkah kue yang Yisva bagikan ke yota? Bagaimana model aljabar dari permasalahan tersebut?	$\frac{1}{5}x = \frac{1}{15}$
Level 5 a disajikan sebagai bilangan campuran	Tempat parkir A dapat menampung 55 mobil. Dan dapat menampung $1\frac{2}{3}$ mobil sebanyak tempat parkir B. Berapa banyak mobil yang dapat ditampung tempat parkir B?	$1\frac{2}{3}x = 55$
Level 6 Pembilang dari a dan b relatif prima, b adalah bilangan bulat	Terdapat sebuah bambu yang panjangnya belum diketahui. Kamu mengambil $\frac{2}{3}$ dari bambu tersebut. Panjang bambu yang kamu ambil setelah diukur adalah 7 cm. Berapakah panjang bambu semula? Bagaimana model aljabar dari permasalahan tersebut?	$\frac{2}{3}x = 7$
Level 7 Pembilang dari a dan b relatif prima, b adalah besaran pecahan	Sebuah kantong yang berisi tepung dengan berat yang belum diketahui. Jhon mendapatkan $\frac{3}{4}$ dari tepung yang ada dikantongan tersebut. Setelah ditimbang beratnya adalah $\frac{5}{3}$. Berapakah berat tepung semula? Bagaimana model aljabar dari permasalahan tersebut?	$\frac{3}{4}x = \frac{5}{3}$

Wawancara yang dilakukan untuk memperjelas atau mengklarifikasi hal yang tidak tampak ketika subjek menyelesaikan masalah dengan melakukan *think alouds*, dan mengklarifikasi hal-hal unik (ekspresi) yang dilakukan subjek selama menyelesaikan masalah. Misalkan mengklarifikasi apa yang dipikirkan subjek ketika mengidentifikasi masalah

meskipun tidak dituliskan dalam lembar jawaban. Oleh karena itu, peneliti melakukan wawancara yang tidak terstruktur dan menekankan pada ungkapan yang digunakan subjek dalam menyelesaikan masalah, mengklarifikasi ide yang muncul saat menyelesaikan masalah (apabila terdapat ketidaksesuaian antara apa yang diungkapkan dengan apa yang dituliskannya), dan mengakses ide yang dilakukan subjek dalam menyelesaikan masalah.

Validasi lembar pedoman wawancara diarahkan pada kriteria penilaian butir wawancara memungkinkan untuk mengungkapkan proses penalaran reversibel subjek dalam menyelesaikan masalah, pertanyaan pada saat wawancara dimaksud untuk mengungkapkan sampai dimana level penalaran reversibel siswa pada pecahan , butir wawancara bersifat terbuka, dan butir wawancara tidak menimbulkan penafsiran ganda. Berdasarkan hasil uji validasi, pedoman wawancara yang dikembangkan peneliti sudah dinyatakan baik.

Pengumpulan data dilakukan dengan memberikan tugas masalah pecahan berdasarkan level penalaran reversibel kepada siswa (calon subjek). Dalam proses penyelesaian, subjek mengungkapkan secara keras apa yang sedang dipikirkan (*think alouds*). Peneliti merekam ungkapan verbal subjek dan mencatat perilaku (ekspresi) siswa, termasuk hal-hal unik yang dilakukan siswa ketika menyelesaikan tugas tersebut. Ketika subjek sudah selesai mengerjakan tugas, dilanjutkan dengan menganalisa jawaban. Jika siswa menunjukkan indikasi melakukan penalaran reversibel, maka dilanjutkan menganalisa *think alouds*, wawancara, dan catatan lapangan. Hal yang sama dilakukan untuk subjek lainnya, sampai memperoleh subjek yang diharapkan. Untuk memperoleh gambaran prosedur pengumpulan data, maka dilakukan langkah-langkah berikut:

1. Peneliti melakukan komunikasi dengan calon subjek dan membuat kesepakatan terkait dengan penelitian selanjutnya,
2. Peneliti menyiapkan ruangan yang tenang dan kondusif, menyiapkan alat rekam (audio dan video), meja, dan kursi untuk dilakukan penelitian,
3. Peneliti memberikan soal sederhana untuk menilai apakah calon subjek mampu melakukan *think alouds* dan memastikan bahwa penyampaiannya dapat terdengar dengan jelas,
4. Peneliti memberikan lembar tugas yang telah divalidasi dan calon subjek diberikan waktu untuk menyelesaikan tugas tersebut disertai dengan *think alouds*,
5. Peneliti merekam ungkapan verbal calon subjek melalui alat perekam (audio dan video), serta mencatat hal-hal yang dianggap penting atau membuat catatan kaki (catatan lapangan),
6. Peneliti memeriksa jawaban calon subjek,

7. Setelah siswa selesai bekerja, peneliti melakukan wawancara dengan mendalami dan mengklarifikasi hal yang tidak tampak saat calon subjek melakukan *think alouds*,
8. Memastikan calon subjek terindikasi menyelesaikan masalah dengan melibatkan penalaran reversibel,
9. Peneliti mengubah status siswa yang sebelumnya sebagai calon subjek menjadi subjek penelitian,
10. Subjek penelitian dikelompokkan berdasarkan kategori yang ditentukan peneliti, masing-masing kategori dianalisis lebih lanjut berdasarkan komponen penalaran reversibel dan kerangka asimilasi dan akomodasi untuk menganalisis level penalaran reversibel siswa,
11. Peneliti melakukan triangulasi untuk menguji keabsahan data, yakni dengan membandingkan antara lembar jawaban, transkrip *think alouds*, dan transkrip wawancara.

Teknik analisis data yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan model Miles & Huberman (Sugiyono, 2009). Tahapan-tahapan dalam melakukan analisis data adalah sebagai berikut:

1. Reduksi Data (*Data Reduction*)

Reduksi data diartikan sebagai kegiatan memilih data dengan cara mengidentifikasi data yang dibutuhkan dan membuang data yang tidak diperlukan. Data yang diperlukan adalah data yang dapat menjawab pertanyaan penelitian terkait hal yang diteliti (Nikmaturrohmah, 2018). Banyaknya data yang diperoleh di lapangan perlu dicatat secara teliti dan rinci, sehingga data yang telah direduksi dapat memberikan gambaran yang jelas dan mempermudah peneliti untuk melakukan pengumpulan data selanjutnya.

2. Penyajian Data (*Data Display*)

Langkah selanjutnya setelah mereduksi data adalah penyajian data. Penyajian data bisa dalam bentuk uraian singkat, bagan, hubungan antara kategori dan sejenisnya. Penyajian data pada hasil lembar kerja peserta didik disajikan dalam bentuk uraian kemudian dianalisis berdasarkan level penalaran reversibel yang telah didesain peneliti. Hasil dari penyajian data berupa hasil pekerjaan peserta didik yang dituangkan dalam lembar kerja, aktivitas dan hasil wawancara dilanjutkan dengan melakukan analisis sehingga mampu menarik kesimpulan yang dapat menjawab permasalahan dalam penelitian ini (Nurwana, 2019).

3. Kesimpulan (*Conclusion*)

Langkah selanjutnya setelah melakukan penyajian data yaitu menarik kesimpulan. Data yang disimpulkan adalah data dari hasil reduksi dan penyajian data yang telah dilakukan.

Kesimpulan yang dianalisis dalam penelitian ini berupa level penalaran reversibel siswa dalam menyelesaikan masalah pecahan (Nurwana, 2019).

Data dikatakan valid dalam penelitian kualitatif, jika hasil laporan sesuai dengan fakta yang terjadi di lapangan. Penelitian ini menggunakan teknik triangulasi untuk memeriksa keabsahan data yang telah diperoleh. Nurwana (2019) triangulasi adalah teknik pemeriksaan data untuk keperluan pengecekan atau sebagai pembanding terhadap data-data yang sudah diperoleh. Terdapat tiga macam teknik triangulasi, yaitu triangulasi dengan sumber, triangulasi dengan metode, dan triangulasi dengan waktu. Triangulasi yang digunakan dalam penelitian ini adalah triangulasi metode. Triangulasi metode dilakukan dengan cara membandingkan data hasil lembar kerja peserta didik dengan hasil wawancara subjek penelitian, serta nantinya ditambah dengan hasil lembar observasi aktivitas peserta didik sebagai pelengkap dari penilaian atau analisa data agar lebih akurat. Tujuannya yaitu untuk menguji kredibilitas data penelitian agar ada jaminan tentang tingkat kepercayaan data.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini memuat deskripsi tentang level penalaran reversibel siswa dalam menyelesaikan masalah pecahan secara kualitatif. Penelitian ini melibatkan 7 siswa Sekolah Menengah Pertama di salah satu sekolah di Palopo yaitu SMP Negeri 1 Palopo. Setiap siswa diberikan tugas masalah reversibel pada pecahan dan dikerjakan secara individu. Siswa menyelesaikan tugas disertai dengan *think aloud* dan peneliti mencatat dan mengamati siswa dalam mengerjakan soal serta mencatat hal-hal yang dianggap penting. Setelah itu, peneliti melakukan wawancara yang bertujuan untuk mendapatkan informasi tambahan yang tidak terungkap pada saat *think aloud*.

Analisis pelevelan penalaran reversibel siswa dalam menyelesaikan masalah pecahan menggunakan 7 level penalaran reversibel pada pecahan yaitu level 1 (a dan b adalah bilangan bulat), Level 2 (a adalah pecahan satuan dan b adalah bilangan bulat), Level 3(a adalah pecahan bukan satuan, b adalah bilangan bulat), Level 4(Hubungan pembagi dan pembilang / a dan b adalah pecahan satuan, Level 5 (a disajikan sebagai bilangan campuran), Level 6 (Pembilang dari a dan b relatif prima, b adalah bilangan bulat), dan Level 7 (Pembilang dari a dan b relatif prima, b adalah besaran pecahan). Dalam penelitian ini, subjek ditentukan berdasarkan hasil tugas yang disertai dengan think aloud. Dari 7 siswa yang diberikan tugas, semua siswa terindikasi dapat menyelesaikan masalah reversibel pada pecahan. Ditemukan sebanyak 4 siswa mampu menyelesaikan masalah sampai level 1, 2 siswa mampu

menyelesaikan masalah sampai level 6 dan 1 siswa yang mampu menyelesaikan hingga level 7. Pemaparan data subjek pada level 1 dan 6 dipilih berdasarkan kelengkapan *think aloud*, wawancara dan hasil kerja. Sehingga, pada penelitian ini S1 digunakan sebagai subjek kategori level 1, S2 sebagai subjek kategori level 6 dan S3 sebagai subjek kategori level 7.

Dari hasil penelitian yang dilakukan ditemukan S1, S2 dan S3 masing-masing menunjukkan kategori pelevelan penalaran reversibel siswa untuk masalah pecahan, yaitu masing-masing terlihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Kategori Pelevelan Penalaran Reversibel

Subjek	Level						
	1	2	3	4	5	6	7
S1	✓	×	×	×	×	×	×
S2	✓	✓	✓	✓	✓	✓	×
S3	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Sumber: Data Hasil Penelitian

Subjek pertama (S1) dikategorikan pada Level 1. Hal ini disebabkan karena subjek pertama hanya dapat mengerjakan tugas sampai pada Level 1. Yang dimana tugas Level 1 tersebut adalah soal reversibel dengan model aljabar/matematika $ax = b$ yang dimana a dan b adalah bilangan bulat. S1 memahami soal dan dapat mengidentifikasi nilai a dan b dari soal tersebut. S1 dapat menyelesaikan atau memanipulasi soal persamaan linear tersebut menggunakan sifat kanselasi terhadap pembagian dengan tepat. Kemudian pada Level selanjutnya yaitu Level 2 sampai dengan Level 7, S1 tidak mampu menyelesaikan permasalahan tersebut yang dimana a atau b mengandung nilai pecahan satuan, bukan satuan ataupun pecahan campuran. S1 tidak dapat mengidentifikasi nilai a dan nilai b dari masalah yang diberikan. S1 juga tidak dapat menyelesaikan atau memanipulasi persamaan menggunakan sifat kanselasi terhadap pembagian yang terdapat pada jawab dari masalah tersebut. Kesalahan tersebut diatas merupakan kesalahan umum pada soal komputasional. Hal ini pun juga sejalan dengan yang diungkapkan Hw (2004) bahwa terdapat 4 poin kesalahan siswa pada materi kalkulus yang dimana 2 poin tersebut merupakan kesalahan yang berkaitan dengan masalah reversibel dan pecahan, yaitu: (1) Kesalahan memindah ruas, dan (2) Kesalahan memanipulasi bentuk-bentuk pecahan.

Subjek kedua (S2) dikategorikan sampai pada Level 6. Hal ini disebabkan karena S2 hanya dapat mengerjakan tugas yang diberikan sampai pada Level 6. Tugas Level 1 sampai dengan Level 7 tersebut adalah soal reversibel dengan model aljabar/matematika $a x = b$ yang dimana tugas level 1 (a dan b adalah bilangan bulat), Level 2 (a adalah pecahan satuan dan b adalah bilangan bulat), Level 3 (a adalah pecahan bukan satuan, b adalah bilangan bulat), Level 4 (Hubungan pembagi dan pembilang / a dan b adalah pecahan satuan, Level 5 (a disajikan sebagai bilangan campuran), dan Level 6 (Pembilang dari a dan b relatif prima, b adalah bilangan bulat). S3 memahami soal dan dapat mengidentifikasi nilai a dan b dari tugas Level 1 sampai dengan Level 6 yang diberikan tersebut. S2 juga dapat menyelesaikan atau memanipulasi soal persamaan linear menggunakan sifat kanselasi terhadap pembagian tersebut dengan tepat. Berdasarkan hasil *think aloud*, wawancara dan hasil kerja, S3 tidak mengalami kendala sama sekali. S3 memahami tugas yang diberikan. Akan tetapi, S2 pada tugas Level 7 (Pembilang dari a dan b relatif prima, b adalah besaran pecahan) kesalahan dalam menentukan model matematika dari tugas yang diberikan. Hal ini juga sejalan dengan teori kesalahan Clements (1980) dalam mengklarifikasikan kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal matematika, yaitu *Transformation errors* atau kesalahan transformasi soal. Siswa mampu membaca pertanyaan dengan baik dan tahu apa yang ditanyakan dalam soal tetapi tidak dapat mengubah soal ke dalam bentuk matematika dengan tepat

Subjek ketiga (S3) dikategorikan sampai pada Level 7. Hal tersebut dikarenakan S3 dapat mengerjakan semua tugas yang diberikan, mulai dari tugas Level 1 sampai dengan tugas Level 7. Tugas Level 1 sampai dengan Level 7 tersebut adalah soal reversibel dengan model aljabar/matematika $a x = b$ yang dimana tugas level 1 (a dan b adalah bilangan bulat), Level 2 (a adalah pecahan satuan dan b adalah bilangan bulat), Level 3 (a adalah pecahan bukan satuan, b adalah bilangan bulat), Level 4 (Hubungan pembagi dan pembilang / a dan b adalah pecahan satuan, Level 5 (a disajikan sebagai bilangan campuran), Level 6 (Pembilang dari a dan b relatif prima, b adalah bilangan bulat), dan Level 7 (Pembilang dari a dan b relatif prima, b adalah besaran pecahan). S3 memahami soal dan dapat mengidentifikasi nilai a dan b dari semua tugas yang diberikan tersebut. S3 juga dapat menyelesaikan atau memanipulasi soal persamaan linear tersebut dengan tepat. Berdasarkan hasil *think aloud*, wawancara dan hasil kerja, S3 tidak mengalami kendala sama sekali. S3 memahami tugas yang diberikan.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian yang telah dilaksanakan tentang analisis pelevelan penalaran reversibel siswa dalam menyelesaikan masalah pecahan, maka peneliti dapat menyimpulkan pelevelan penalaran reversibel siswa dalam menyelesaikan masalah pecahan sebagai berikut:

1. Berdasarkan hasil penelitian, Subjek Pertama atau Subjek kategori Level 1 menyelesaikan tugas reversibel hanya pada Level 1. Subjek tersebut dapat mengidentifikasi nilai a dan nilai b dari model matematika $a x = b$ dan dapat menyelesaikan persamaan linear biasa.
2. Berdasarkan hasil penelitian, Subjek Kedua atau Subjek kategori Level 6 menyelesaikan tugas reversibel sampai pada Level 6. Subjek tersebut mampu mengidentifikasi nilai a dan nilai b dari model matematika $a x = b$ dan dapat menyelesaikan persamaan linear dimana persamaan tersebut terdapat pecahan satuan, pecahan bukan satuan dan pecahan campuran.
3. Berdasarkan hasil penelitian, Subjek Ketiga atau Subjek kategori Level 7 menyelesaikan semua tugas reversibel yang diberikan. Subjek tersebut mampu mengidentifikasi nilai a dan nilai b dari model matematika $a x = b$ dan dapat menyelesaikan persamaan linear dimana persamaan tersebut terdapat pecahan satuan, pecahan bukan satuan dan pecahan campuran, besaran pecahan dan bilangan relatif prima.

DAFTAR PUSTAKA

- Adi, H. (1978). Intellectual development and reversibility of thought in equation solving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 9, 204–213.
- Aliah, A. (2020). *Penerapan Model Pembelajaran Generatif dalam Meningkatkan Kemampuan Berpikir Reflektif Matematis Siswa Kelas VII SMP Negeri 10 Palopo*. (Skripsi tidak diterbitkan, Program Sarjana UNCP, 2020).
- Behr, M., & Post, T. (1992). *Teaching rational number and decimal concepts*. In T. Post (Ed.), *Teaching mathematics in grades K-8: Research-based methods* (2nd ed., pp. 201–248). Boston: Allyn & Bacon.
- Bjuland, R. (2007). Adult Students' Reasoning in Geometry: Teaching Mathematics through Collaborative Problem Solving in Teacher Education. *The Montana Mathematics Enthusiast*, ISSN 1551-3440, Vol. 4, No.1, 130.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1983). *The acquisition of addition and subtraction concepts*. In R. Lesh, & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts processes* (pp. 7–44). New York: Academic Press.
- Citra, R. D. (2018.). Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematis: Apa, Mengapa, dan Bagaimana ditingkatkan pada Mahasiswa. *Jurnal Euclid* .

- Destiwaty, A. W. (2018). *Penalaran Reversibilitas Siswa dalam Pemecahan Masalah Matematika Ditinjau dari Gaya Kognitif dan Kemampuan Awal* (Doctoral dissertation, Pascasarjana).
- Fatimah, F. Y. N. (2018). Analisis Kesalahan Mengerjakan Soal Matematika Materi Pecahan Dengan Teori Newman. *As-Sibyan*, 1(2), 17-31.
- Hackenberg, A. J. (2005). *Construction of algebraic reasoning and mathematical caring relations*. Georgia: The University of Georgia (Unpublished doctoral dissertation).
- Hackenberg, A.J. (2010). *Students' reasoning with reversible multiplicative relationships*. *Cognition and Instruction*, 28(4), 383–432.
- Ikram, Muhammad, 2020. *The Characterization of University Students' Reversible Reasoning in Solving Graph Sketching Problems Involving Derivatives*. Dissertation, Department of Mathematics Education, Faculty of Mathematics and Natural Sciences, Universitas Negeri Malang
- Ikram, M. P. (2020). Exploring the Potential Role of Reversible Reasoning: Cognitive Research on Inverse Function Problems in Mathematics. *Exploring the Potential Journal for the Education of Gifted Young Scientists* .
- Inhelder, B., & Piaget, J. (1958). *The growth of logical thinking from childhood to adolescence* (A. Parsons & S. Milgram, Trans., 5th ed.). New York: Basic Books.
- Jhon A. Van De Walle (2007). *Sekolah dasar dan menengah matematika pengembangan pengajaran (terjemahan)*.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school children* (J. Teller, Trans.). Chicago: The University of Chicago Press.
- Lamon, S. J. (1994). *Ratio and proportion: Cognitive foundations in unitizing and norming*. In G. Harel, & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learnin of mathematics* (pp. 89–120). Albany: State University of New York Press.
- Lamon, S. J. (2007). *Rational numbers and proportional reasoning: Towards a theoretical framework for research*. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 629–667). Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Lithner, J. A. 2008. *Research Framework for Creative and Imitative Reasoning*. Education Study Mathematic.
- Nikmaturrohmah, D. 2018. *Analisis learning trajectory siswa dalam memecahkan masalah matematika ditinjau dari gaya belajar*. Diss. UIN Sunan Ampel Surabaya.
- Nurwana, S. 2019. *Deskripsi Kemampuan Komunikasi Matematis Ditinjau dari Tingkat Kemampuan Matematika Siswa SMA Negeri 11 Makassar*. Skripsi diterbitkan (online). Makassar: Universitas Negeri Makassar.

- Olive, J., & Steffe, L. P. (2002). The construction of an iterative fractional scheme: The case of Joe. *The Journal of Mathematical Behavior*, 20, 413–437.
- Piaget, J. (1970). *Genetic epistemology* (E. Duckworth, Trans.). New York: Columbia University Press.
- Prasetia, A. S. (2020). *Hypothetical Learning Trajectory Peserta Didik Kelas X SMA Negeri 2 Palopo pada Materi Trigonometri Melalui Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Group Investigation*. (Skripsi tidak diterbitkan, Program Sarjana UNCP, 2020)
- Ramful, A., & Olive, J. (2008). Reversibility of thought: An instance in multiplicative tasks. *Journal of Mathematical Behavior*, 27, 138–151.
- Ramful. (2014). Reversible reasoning in fractional situations: Theorems-in-action and constraints. *The Journal of Mathematical Behavior* .
- Sari, E. N. R. (2019). *Analisis Penalaran Siswa Kelas X MAN 3 Tullungagung pada Materi Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel berdasarkan Teori Piaget Tahun Pelajaran 2018/2019*.
- Sugiyono. 2009. *Metode Penelitian Pendidikan: Pendekatan Kuantitatif, kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Steffe, L. P. (1992). Schemes of action and operation involving composite units. *Learning and Individual Differences*, 4(3), 259–309.
- Steffe, L. P. (1994). *Children's multiplying schemes*. In G. Harel, & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 3–39). Albany: State University of New York Press.
- Sihombing, N. (2018). Meningkatkan Kemampuan Penalaran Siswa SMP Melalui Strategi Multi Representasi Klasikal dan Kelompok Kecil. *Jurnal Padagogik* , 1(2).
- Simon, M. A. (2016). Categorizing and promoting reversibility of mathematical concepts. *Educ Stud Math* .
- Simon, M. A., & Tzur, R. (2004). Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: An elaboration of the hypothetical learning trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91–104.
- Sumartini, T. S. (2015). Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah. *Jurnal Pendidikan Matematika* , 5(1), 1-5
- Tzur, R. (2004). Teacher and students' joint production of a reversible fraction conception. *Journal of Mathematical Behavior*, 23(1), 93–114.
- Waluyo, M., & Sari, C. K. (2017). Kesalahan penalaran dalam pembuktian masalah struktur aljabar. *JIPMat*, 2(2).